Exercice

Déterminer les racines carrées de chacun des nombres complexes suivants :

$Z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ et $Z_2 = 3 + 4i$

Exercice 5 page 31.

II. Equation du second degré

Théorème

Soit l'équation (E) : $az^2 + bz + c = 0$; $z \in \mathbb{C}$ et $(a, b, c) \in \mathbb{C}^* \times \mathbb{C} \times \mathbb{C}$.

(E) admet toujours deux solutions (distinctes ou confondues) $z' = \frac{-b-\delta}{2a}$ et $z'' = \frac{-b+\delta}{2a}$

Où δ est une racine carrée du discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$.

Remarques

- $z' = z'' \Leftrightarrow \Delta = 0$.
- $z' + z'' = -\frac{b}{a}$ et $z' \times z'' = \frac{c}{a}$
- $z = 1$ est une solution de (E) : $az^2 + bz + c = 0 \Leftrightarrow a + b + c = 0$
- $z = -1$ est une solution de (E) : $az^2 + bz + c = 0 \Leftrightarrow a - b + c = 0$
- $\Delta' = b'^2 - ac$, avec $b' = \frac{b}{2}$ est le discriminant réduit

  $z' = \frac{-b'-\delta'}{a}$ et $z'' = \frac{-b'+\delta'}{a}$ où δ' est une racine carrée de Δ'.

Exercice

Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation : $iz^2 - (7 + 2i)z + 14 = 0$

Exercices 6, 7, 8, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21 pages 31, 32 et 33.

III. Equations de degré supérieur à 2

Propriété

Soit $P(z) = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + ... + a_1 z + a_0$ un polynome complexe de degré n.

Si α est une solution de l'équation $P(z) = 0$ alors $P(z) = (z - \alpha) \times Q(z)$

Où Q(z) est un polynome complexe de degré n – 1.

Exemple (equation de troisième dgré)

Soit $P(z) = z^3 - (5 + i)z^2 + 4(2 - i)z - 12 + 4i$.

- Vérifier que $P(-2i) = 0$
- Factoriser P(z)
- Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $P(z) = 0$.

Exercice 13 page 31.